MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 1
21.10.2019

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. a) Begründen Sie, warum die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x \cdot |x-y|,$$

stetig ist.

b) Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen im Punkt $(0,0)$ **nicht** stetig sind:

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^4+y^2} \,, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \,, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^4+y^2} \,, & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \,, & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

2. Sei $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\} \subset \mathbb{R}^2$ und $f : D \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit

$$f(1,0) = 1 \quad \text{und} \quad f(-1,0) = -1.$$

Begründen Sie, weshalb f auf dem Rand von D mindestens zwei voneinander verschiedene Nullstellen besitzt.

3. Sei $D := \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \ \wedge \ y \geq 0\big\} \cup \big([-1,1] \times \{0\}\big)$ und

$$f : D \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x \cdot (y+1).$$

a) Skizzieren Sie D.

b) Begründen Sie, warum f (auf D) Maximum und Minimum annimmt und bestimmen Sie die Maximal- und Minimalstellen von f.

4. Sei $D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \geq 0\}$ und

$$f : D \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x,y) = e^{-(x+y)} \cdot (xy + x + y + 1).$$

Zeigen Sie, daß f ein globales Maximum besitzt und geben Sie an, wo dieses angenommen wird.
Hat f auch ein globales Minimum?

Für die Tutorien vom 21.10. und 23.10.19